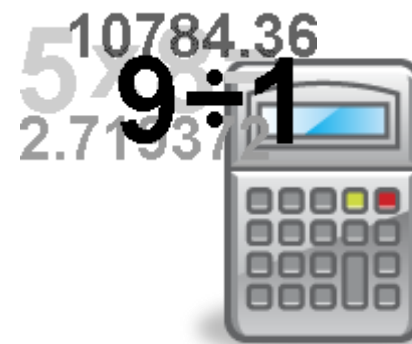


# Abilità di calcolo e discalculia

Varese – 13.09.2012

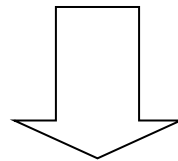


Lorenzo Caligaris  
Insegnante - Pedagogista

# DSA, abilità strumentali, automatismi

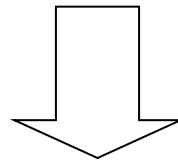
## *Disturbi Specifici dell'Apprendimento (DSA)*

Dislessia – Disortografia – Disgrafia – Discalculia



*Abilità strumentali*

Lettura – Scrittura – Calcolo



*Automatismi*

*(Rapidità e correttezza – Ortografia – Grafia – Fatti aritmetici)*

# Abilità e automatizzazione

- il termine *Abilità*
  - esprime la capacità di eseguire una sequenza di azioni in modo rapido e corretto
- il termine *Automatizzazione*
  - esprime la stabilizzazione di un processo automatico caratterizzato da un adeguato livello di velocità e accuratezza
  - tale processo è realizzato in modo inconsapevole *richiede un minimo impegno attento*, è difficile da ignorare, sopprimere, influenzare

(G. Stella, 2001)

# Abilità di calcolo e discalculia

- Sviluppo tipico

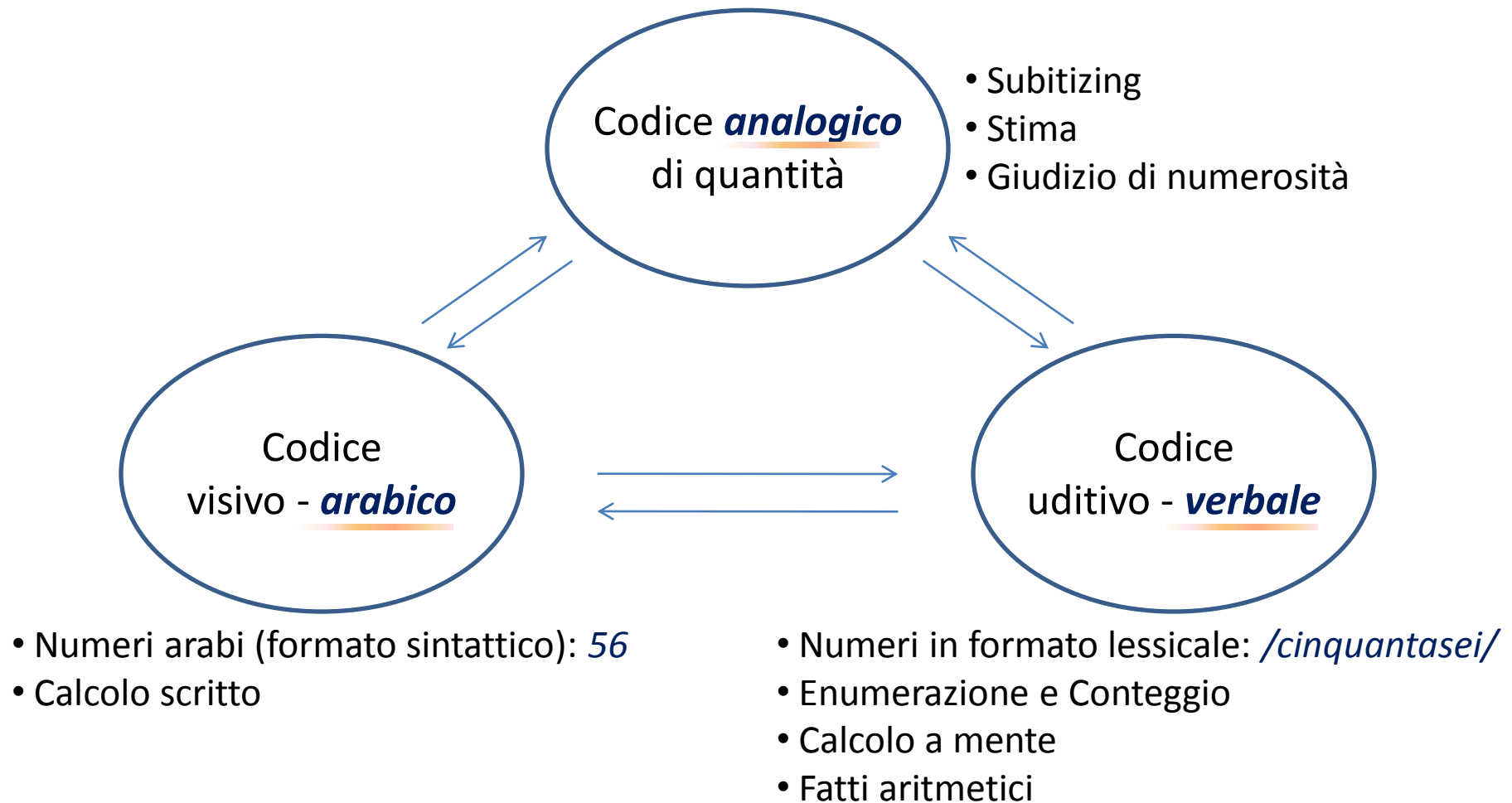


- Sviluppo atipico

Difficoltà in  
matematica

Disturbo Specifico  
del calcolo  
*(discalculia)*

# Modello del *Triplo Codice* di Dehaene e Cohen (1995)



# Il codice analogico: il senso del numero

- *Il senso del numero* (ANS: Approximated Number System), *permette di percepire le differenze numeriche*. Non ha un limite di capacità ma di precisione (acuità).
- *Il senso del numero è innato, universale e indipendente dal linguaggio*. E' amodale *e astratto*. E' attivo dai 3 mesi di vita. Entro l'anno di vita il rapporto di acuità numerica è di 1:3.

M. Piazza (2012)

# Il codice analogico: il senso del numero

- Il sistema di quantità numerica si attiva sia quando il compito è presentato in formato analogico sia quando è proposto attraverso i suoi rappresentanti simbolici.
- *Il senso del numero predice la performance nel calcolo in 1a elementare.*
- *Il senso del numero è deficitario nella discalculia. Nei compiti di approssimazione numerica i bambini discalculici ottengono prestazioni significativamente inferiori a quelle dei bambini con sviluppo tipico. Il sistema numerico è ipoattivato nei bambini discalculici.*

M. Piazza (2012)

# Il codice analogico: il senso del numero

- La risposta alla quantità numerica è modulare
- La quantità numerica viene rappresentata in modo sempre più approssimativo e compresso man mano che la numerosità aumenta.

M. Piazza (2010; 2012)



# Il codice analogico – subitizing e stima

## Subitizing

- L'automatismo del subitizing consiste in una funzione visiva che consente un rapido e preciso giudizio numerico eseguito su insiemi di piccole numerosità di elementi

## Stima

- La stima è un processo numerico a base semantica che consiste nel determinare in modo approssimativo e senza contare valori incogniti (grandi numerosità).

# Il codice analogico – subitizing e stima

- Subitizing e stima: più aumenta la numerosità più ci si sposta verso l'approssimazione.
- 

- Il linguaggio è un buon indicatore dell'esistenza e delle funzioni del subitizing e dell'approssimazione numerica:  
Si dice: *“ho visto tre persone”*, non *“circa tre persone”*.  
Si dice: *“Ho visto un migliaio di persone”*, non *“milleventinove persone”*.

R. Cubelli (2012)

# Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

- Contare è fondamentale. Costituisce il primo collegamento tra la capacità innata del bambino di percepire le numerosità e le acquisizioni matematiche più avanzate della cultura nella quale è nato.
- Imparare la sequenza delle parole usate per contare è il primo modo con il quale i bambini connettono il loro concetto innato di numerosità con le prassi culturali della società in cui sono nati.

B. Butterworth (1999)

# Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

## I principi impliciti della conta – Il modello di Gelman e Gallistel (1978)

### 1. CORRISPONDENZA UNO A UNO

associare parole-numero a oggetti

separare gli oggetti contati da quelli da contare

### 2. ORDINE STABILE

utilizzare in modo stabile e corretto la sequenza numerica verbale

### 3. CARDINALITA'

sapere che il numero di elementi di un insieme corrisponde all'ultimo numero utilizzato per contarli

---

### 4. ASTRAZIONE

è possibile contare qualsiasi insieme composto da elementi discreti

### 5. IRRILEVANZA DELL'ORDINE

l'ordine con cui si contano gli elementi dell'insieme non influenza il risultato

# Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

- Conteggio totale (*counting all*)

$$2 + 5 = 7$$

1, 2; 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

- Conteggio dal primo addendo (*counting on from first*)

$$2 + 5 = 7$$

(2) 3, 4, 5, 6, 7

- Conteggio dal numero maggiore (*counting on from larger*)

$$2 + 5 = 7$$

(5) 6, 7

(Groen, Parkman; 1972)

# Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

- *A 5 anni i bambini non padroneggiano ancora il principio di irrilevanza dell'ordine*: ritengono che adiacenza e direzionalità del conteggio siano elementi essenziali.
- Anche in classe prima i bambini ritengono che l'adiacenza sia una condizione necessaria per contare (Geary, 2004).
- *I bambini con difficoltà di calcolo non riescono a modificare le proprie strategie di conteggio, non passano dal conteggio totale al conteggio a partire da un numero.*

E. Mariani (2012)

# Il codice verbale: calcolo a mente

- Se per la matematica è indifferente come sei mele siano disposte sul tavolo per continuare a essere sei, per la nostra mente è diverso.
- Abbiamo bisogno di ordinare i nostri oggetti mentali con un ordine prestabilito e stabile se vogliamo conservarli in mente.
- Il calcolo mentale è il superamento del conteggio

(C. Bortolato, 2005)

# Il codice verbale: calcolo a mente

## Strategia N10

*Scomposizione del secondo operatore  
in decine e unità*

$$65 + 17 = (65 + 10) + 7$$

$$65 + 17 = (65 + 10) + 5 + 2$$

$$65 - 17 = (65 - 10) - 7$$

$$65 - 17 = (65 - 10) - 5 - 2$$



# Il codice verbale: calcolo a mente

“Livello di fiducia”

Recupero



Strategia



Algoritmo

(R. S. Sigler, R. Mitchell, 1982)

# Il codice verbale: calcolo a mente

Il calcolo scritto è cieco.

Procediamo colonna per colonna fino alla definizione del risultato finale come se si trattasse sempre di unità.

Il calcolo scritto è la rinuncia alla visione strategica delle quantità.

*Nel calcolo scritto applichiamo procedure, al contrario nel calcolo mentale ognuno è libero di inventarsi delle strategie.*

(C. Bortolato, 2005)

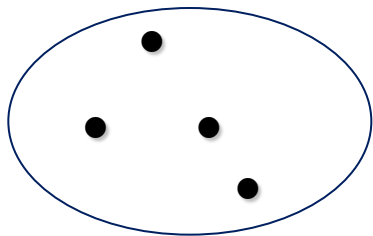
# Il codice verbale: calcolo a mente

Il calcolo scritto è un paragrafo del calcolo mentale, e non il contrario.

Il calcolo scritto è un ripiego, una protesi costituita da carta e inchiostro per situazioni in cui la mente è in difficoltà per i suoi limiti di rappresentazione.

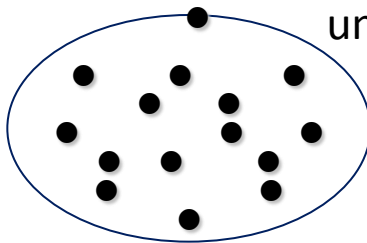
*Il calcolo mentale è il superamento del conteggio*

(C. Bortolato, 2005)



*subitizing*

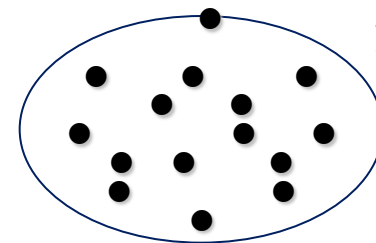
cogliere senza contare e in modo esatto *piccole* numerosità (3-4 elementi)



una quindicina

*stima*

cogliere senza contare e in modo approssimativo *grandi* numerosità (più di 4 elementi)



15

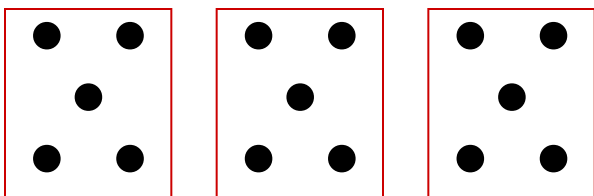
*conteggio*

cogliere in modo esatto *piccole e grandi* numerosità



*strategia*

*numerosità spazialmente ordinate*



cogliere senza contare e in modo esatto *piccole e grandi* numerosità

# Il codice verbale: recupero dei fatti aritmetici

## Calcolo

il risultato dell'operazione  
richiesta è ottenuto  
attraverso l'utilizzo di  
strategie o procedure



*Calcolo a mente*  
*Calcolo scritto*

## Recupero

il risultato dell'operazione  
richiesta è recuperato  
direttamente dalla memoria



*Fatti aritmetici*

# Il codice verbale: recupero dei fatti aritmetici

*La verifica degli automatismi di calcolo deve  
avvenire oralmente*

La risposta deve essere rapida  
(circa 5 secondi)

Se il tempo di risposta è maggiore, allora il risultato  
è stato ottenuto attraverso l'utilizzo di una  
procedura o di una strategia di calcolo.

# Il codice verbale: recupero dei fatti aritmetici

Ai fatti aritmetici si accede senza eseguire gli algoritmi di soluzione:

- Tabelline
- Calcoli semplici (addizioni e sottrazioni entro la decina)
- Risultati memorizzati

## Produzione scritta del numero (codice sintattico)

- I meccanismi sintattici regolano il valore posizionale delle cifre
- Costituiscono la grammatica interna del numero che attiva il corretto ordine di grandezza di ogni cifra

## Produzione verbale del numero (codice lessicale)

- Nella codifica verbale di un numero ogni cifra assume un “nome” diverso a seconda della posizione che occupa.
- Nei sistemi di comprensione e/o produzione dei numeri, i meccanismi lessicali hanno il compito di selezionare adeguatamente i nomi delle cifre per riconoscere quello del numero intero.



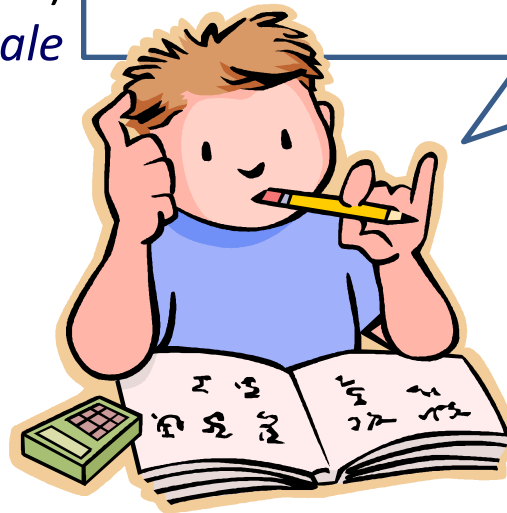
# Il codice visivo: sintassi del numero

cinquecentoquattro!

**Codice lessicale** (produzione verbale)  
*Il numero ha valore nominale*

**Codice sintattico** (produzione scritta)  
*Il numero ha valore posizionale*

$$(5 \times 10^2) + 4 = 504$$



# Il codice visivo: calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 1 \\ 125 + \\ 65 = \\ \hline 190 \end{array}$$

## Routine procedurali

- elaborazione delle informazioni aritmetiche
- incolonnamento
- serialità SX  $\longleftarrow$  DX
- riporto
- prestito
- 

---

### • Recupero dei fatti aritmetici

$$5 + 5 = 10;$$

$$6 + 2 = 8;$$

$$8 + 1 = 9;$$

### • Conteggio

modello *min* (*counting on*)

modello *sum*

conteggio totale

# Il codice visivo: calcolo scritto

Calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 425 - \\ 137 = \\ \hline 312 \end{array}$$

“Guarda, qui c’è un errore, è stampato male! Vedi?  $5 - 7$  e  $2 - 3$  non si può fare, ma io l’ho capito e ci sono riuscito lo stesso”

(Andrea, 5<sup>a</sup> primaria)

# Il codice visivo: calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 1547 \times \\ 19 = \\ \hline 9453663 \\ 1111- \\ \hline 9464773 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1274 \times \\ 15 = \\ \hline 5103520 \\ 1111- \\ \hline 5114630 \end{array}$$

(Mattia, 1<sup>a</sup> media)

# Didattica e sistema dei numeri

- *Compiti che implicano la codifica semantica del numero*
  - Giudizio di numerosità
  - Seriazioni numeriche
  - Subitizing
  - Stima
- *Compiti che implicano l'uso del codice sintattico del numero*
  - Dettato di numeri
  - Trasformazione in cifre
- *Compiti che implicano l'uso del codice lessicale del numero*
  - Enumerazione
  - Lettura di numeri

# Didattica e sistema di calcolo

- *Compiti che implicano l'attivazione di automatismi*
  - Addizioni (e sottrazioni) entro la decina
  - Tabelline
- *Compiti che implicano l'attivazione di strategie*
  - Calcoli mentali
- *Compiti che implicano l'applicazione di procedure*
  - Operazioni scritte

# Breve introduzione alla discalculia

## *(Discalculia semantica)*

Debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di cognizione numerica:

- Subitizing
- Meccanismi di quantificazione, seriazione, comparazione
- Strategie di calcolo a mente

## *(Discalculia in comorbidità)*

Compromissioni a livello procedurale e di calcolo:

1. Lettura e scrittura dei numeri
2. Incolonnamento e algoritmi del calcolo scritto
3. Recupero dei fatti aritmetici

(Consensus Conference, 2007)

# Breve introduzione alla discalculia

## 1. Dislessia per le cifre

- Compromissione dei meccanismi lessicali

Produzione di errori lessicali in compiti di lettura di numeri arabi e scrittura sotto dettatura

## 2. Discalculia procedurale

- Difficoltà nell'acquisizione delle procedure di calcolo senza errori di processazione numerica

Errori di riporto, prestito, incolonnamento

## 3. Discalculia per i fatti aritmetici

- Difficoltà nell'acquisizione dei fatti aritmetici

Errori nelle tabelline e nei calcoli semplici

C. Temple (1992)



# Breve introduzione alla discalculia

## *Disturbo delle abilità numeriche e aritmetiche*

che si manifesta in bambini di intelligenza normale,  
che non hanno subito danni neurologici.

Essa può presentarsi associata a dislessia,  
ma è possibile che ne sia dissociata

(C. Temple; 1992)

*Età della diagnosi:*  
*fine della classe terza della scuola primaria*

# Breve introduzione alla discalculia

ICD\*-10:

- F81 – Disturbi evolutivi delle abilità scolastiche:
  - F81.0 disturbo specifico della lettura
  - F81.1 disturbo specifico della compitazione
  - ***F81.2 disturbo specifico delle abilità aritmetiche***
  - .....

\* International Classification of Diseases

# Strumenti di valutazione delle abilità numeriche e di calcolo

- **BIN 4-6** – Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni  
*Scuola dell'infanzia*
  - **ACMT 6-11** – Test di valutazione delle abilità di calcolo  
*Scuola primaria*
  - **ACMT 11-14** – Test di valutazione delle abilità di calcolo e problem solving dagli 11 ai 14 anni  
*Scuola secondaria di primo grado*
  - **MT Avanzate** – Prova di calcolo. Prova di matematica  
*Scuola secondaria di secondo grado – primo biennio*
- **BDE** – Batteria per la discalculia evolutiva. Test per la diagnosi dell'elaborazione numerica e del calcolo in età evolutiva

# Breve introduzione alla discalculia

- La discalculia evolutiva è un disturbo duraturo e persistente. La metà delle persone che ha avuto una diagnosi in età scolare mantiene significative difficoltà anche in età adulta.

L. Girelli (2012)

# Il numero.

## Indicazioni per il curricolo della scuola dell'infanzia

- Traguardi per lo sviluppo della competenza
  - Raggruppa e ordina secondo criteri diversi
  - Confronta e valuta quantità
  - Utilizza semplici simboli per registrare

(Indicazioni per il curricolo – Scuola dell'infanzia. Traguardi per lo sviluppo delle competenze, 2007)

# Il numero e il calcolo.

## Indicazioni per il curricolo della scuola primaria

- Traguardi per lo sviluppo delle competenze
  - L'alunno:
    - Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica  
*grazie anche a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà*
    - Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale

Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione (2007)

# Dalle competenze numeriche preverbalì all'apprendimento dell'aritmetica

CORE SYSTEM  
*SISTEMA ANALOGICO*

Subitizing  
Stima



LINGUAGGIO  
*SISTEMA VERBALE*

Conteggio

*Uno, due, tre, ...,  
dodici, ...*

SCUOLA  
*SISTEMA ARABICO*

Abilità aritmetiche

2, 19, 78, 102, ...  
( +   -   x   : )

# Didattica del calcolo: livelli di intervento

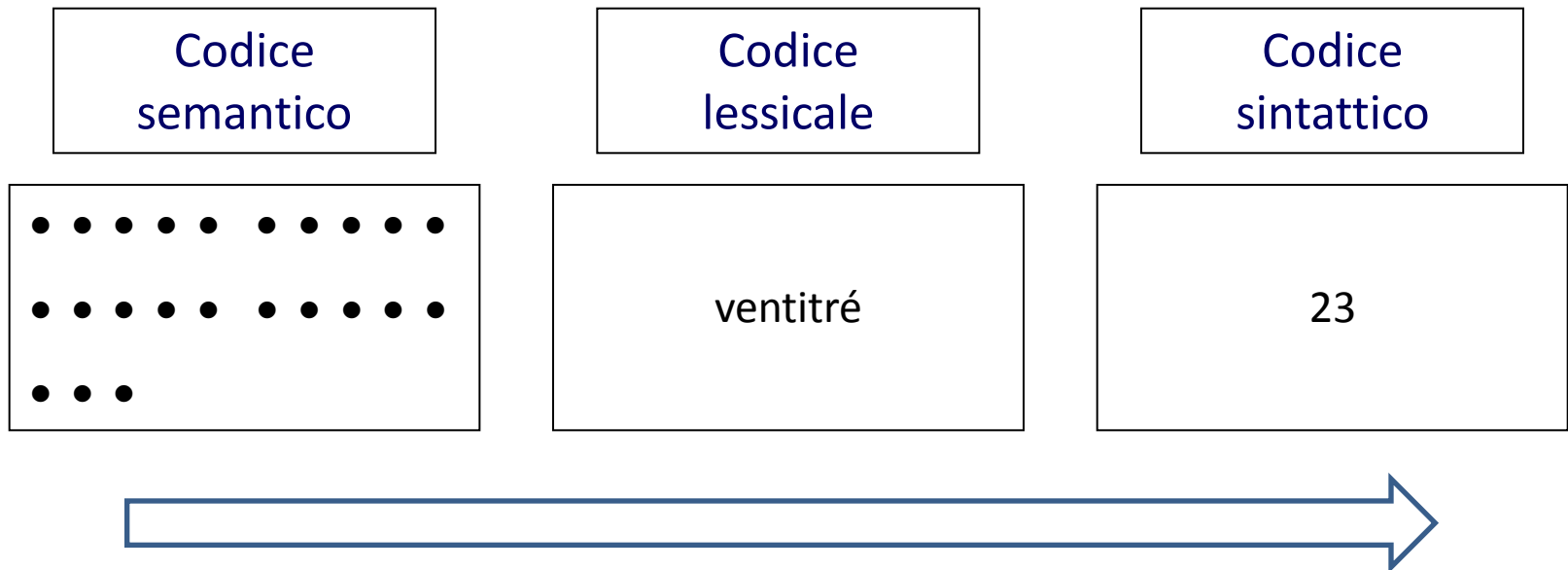
- Intervento di potenziamento
  - Scelte metodologiche (*es.: didattica analogica*)
- Intervento di abilitazione
  - Percorsi operativi (*es.: intelligenza numerica*)

## *DIAGNOSI*

- Intervento compensativo-dispensativo
  - Strumenti di lavoro (*es.: tabella pitagorica*)



# La didattica analogica



La preoccupazione per il valore posizionale delle cifre cede il posto alla considerazione del valore posizionale che ciascuna pallina occupa nello spazio della memoria

(C. Bortolato, 2002)

# La didattica analogica

○ ○ ○ ○ ○      ○ ○ ○ ○ ○



Un piccolo scarto di simmetria.

In questo piccolo scarto di regolarità tra il cinque e il sei sta tutta la differenza tra una didattica capace di sviluppare il calcolo mentale e una didattica sempre condannata alla fase della conta.

(C. Bortolato, 2005)

# L'intelligenza numerica

- Il programma *carta e matita* “L'intelligenza numerica” è rivolto a bambini dai 3 agli 11 anni di età.  
Può essere utilizzato anche per ragazzi della scuola media che presentano difficoltà nelle abilità di calcolo.
- Comprende esercizi relativi al sistema dei numeri e al sistema del calcolo.

(Lucangeli, Molin, Poli, De Candia; 2003)

# L'intelligenza numerica

- Il calcolo scritto è l'area del programma meno nutrita in quanto *si ritiene che, nei primi anni di scuola, sia opportuno assecondare e sviluppare soprattutto il calcolo mentale che ha il vantaggio di rendere flessibili* e di aiutare nella costruzione dei fatti aritmetici, nel loro rapido recupero.
- Il calcolo mentale realizza i risultati parziali implicati nel calcolo scritto.

(Lucangeli, Poli, Molin, De Candia; 2003)

# L'intelligenza numerica

- Nel Progetto “L’Intelligenza Numerica”, le aree di lavoro su calcolo a mente (*strategie*) e calcolo scritto (*procedure*) sono così distribuite:
  - Secondo volume (6-8 anni):
    - Calcolo a mente: 83%
    - Calcolo scritto: 17%
  - Terzo volume (8-11 anni):
    - Calcolo a mente: 49%
    - Calcolo scritto: 51%
- 
- CALCOLO A MENTE: 63%
  - CALCOLO SCRITTO: 37%

(Lucangeli, Poli, Molin, De Candia; 2003)

# La tavola pitagorica

$n \times 1$   
 $n \times 10$

Tabellina del 2  
Tabellina del 5

<b>X</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>1</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>2</b>	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
<b>3</b>	3	6			15					30
<b>4</b>	4	8			20					40
<b>5</b>	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
<b>6</b>	6	12			30					60
<b>7</b>	7	14			35					70
<b>8</b>	8	16			40					80
<b>9</b>	9	18			45					90
<b>10</b>	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

# La tavola pitagorica

Con l'utilizzo di  
due regole  
e l'apprendimento di  
due tabelline  
si controlla il  
64% dei nodi  
della tavola pitagorica

Con la memorizzazione  
di  
15 “incroci”  
si controllano  
28 nodi



# La tavola pitagorica come strumento compensativo

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4			10					20
3	3		9							30
4	4									40
5	5	10		20	25					50
6	6					36		48		60
7	7									70
8	8					48				80
9	9									90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tavola dei nodi conosciuti

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2			6	8		12	14	16	18	
3		6		12	15	18	21	24	27	
4		8	12	16	20	24	28	32	36	
5			15			39	35	40	45	
6		12	18	24	30		42		54	
7		14	21	28	35	42	49	56	63	
8		16	24	32	40		56	64	72	
9		18	27	36	45	54	63	72	81	
10										

Tavola di compensazione