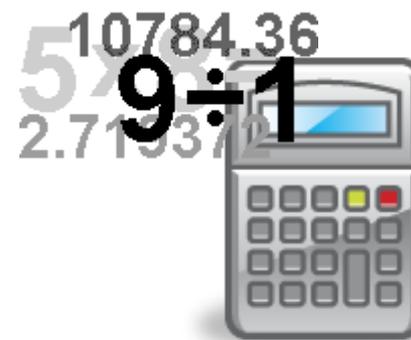


Abilità di calcolo e discalculia

Varese – 13.09.2012

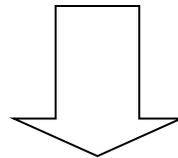


Lorenzo Caligaris
Insegnante - Pedagogista

DSA, abilità strumentali, automatismi

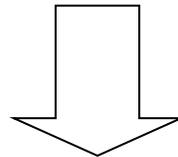
Disturbi Specifici dell'Apprendimento (DSA)

Dislessia – Disortografia – Disgrafia – Discalculia



Abilità strumentali

Lettura – Scrittura – Calcolo



Automatismi

(Rapidità e correttezza – Ortografia – Grafia – Fatti aritmetici)

Abilità e automatizzazione

- il termine *Abilità*
 - esprime la capacità di eseguire una sequenza di azioni in modo rapido e corretto
- il termine *Automatizzazione*
 - esprime la stabilizzazione di un processo automatico caratterizzato da un adeguato livello di velocità e accuratezza
 - tale processo è realizzato in modo inconsapevole *richiede un minimo impegno attentivo*, è difficile da ignorare, sopprimere, influenzare

(G. Stella, 2001)

Abilità di calcolo e discalculia

- Sviluppo tipico



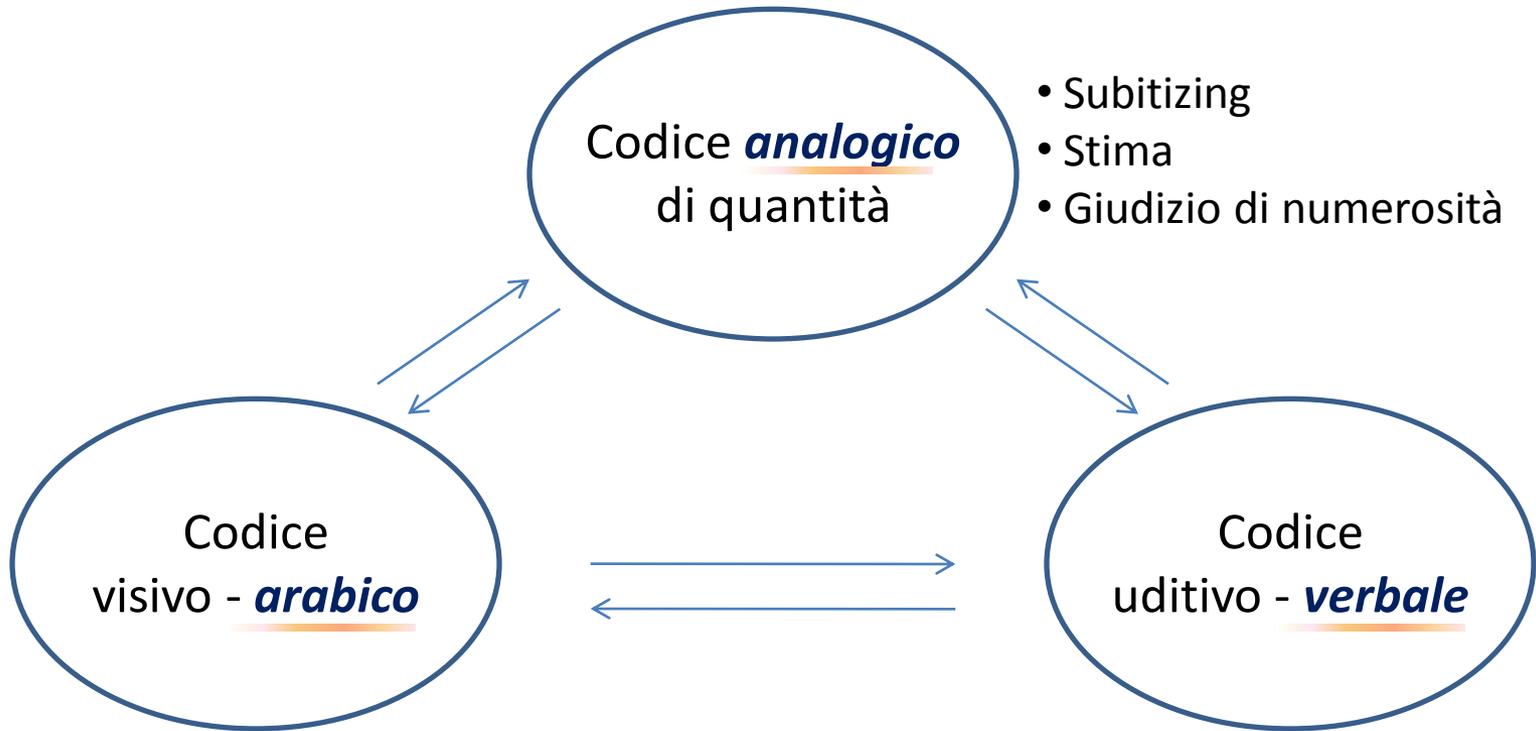
Difficoltà in
matematica

- Sviluppo atipico



Disturbo Specifico
del calcolo
(discalculia)

Modello del *Triplo Codice* di Dehaene e Cohen (1995)



- Numeri arabi (formato sintattico): *56*
- Calcolo scritto

- Numeri in formato lessicale: */cinquantasei/*
- Enumerazione e Conteggio
- Calcolo a mente
- Fatti aritmetici

Il codice analogico: il senso del numero

- *Il senso del numero* (ANS: Approximated Number System), *permette di percepire le differenze numeriche*. Non ha un limite di capacità ma di precisione (acuità).
- *Il senso del numero è innato, universale e indipendente dal linguaggio*. E' amodale *e astratto*. E' attivo dai 3 mesi di vita. Entro l'anno di vita il rapporto di acuità numerica è di 1:3.

M. Piazza (2012)

Il codice analogico: il senso del numero

- Il sistema di quantità numerica si attiva sia quando il compito è presentato in formato analogico sia quando è proposto attraverso i suoi rappresentanti simbolici.
- *Il senso del numero predice la performance nel calcolo in 1a elementare.*
- *Il senso del numero è deficitario nella discalculia. Nei compiti di approssimazione numerica i bambini discalculici ottengono prestazioni significativamente inferiori a quelle dei bambini con sviluppo tipico. Il sistema numerico è ipoattivato nei bambini discalculici.*

M. Piazza (2012)

Il codice analogico: il senso del numero

- La risposta alla quantità numerica è modulare
- La quantità numerica viene rappresentata in modo sempre più approssimativo e compresso man mano che la numerosità aumenta.

M. Piazza (2010; 2012)

Il codice analogico – subitizing e stima

Subitizing

- L'automatismo del subitizing consiste in una funzione visiva che consente un rapido e preciso giudizio numerico eseguito su insiemi di piccole numerosità di elementi

Stima

- La stima è un processo numerico a base semantica che consiste nel determinare in modo approssimativo e senza contare valori incogniti (grandi numerosità).

Il codice analogico – subitizing e stima

- Subitizing e stima: più aumenta la numerosità più ci si sposta verso l'approssimazione.
-

- Il linguaggio è un buon indicatore dell'esistenza e delle funzioni del subitizing e dell'approssimazione numerica:
Si dice: *“ho visto tre persone”*, non *“circa tre persone”*.
Si dice: *“Ho visto un migliaio di persone”*, non *“milleventinove persone”*.

R. Cubelli (2012)

Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

- Contare è fondamentale. Costituisce il primo collegamento tra la capacità innata del bambino di percepire le numerosità e le acquisizioni matematiche più avanzate della cultura nella quale è nato.
- Imparare la sequenza delle parole usate per contare è il primo modo con il quale i bambini connettono il loro concetto innato di numerosità con le prassi culturali della società in cui sono nati.

B. Butterworth (1999)

Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

I principi impliciti della conta – Il modello di Gelman e Gallistel (1978)

1. CORRISPONDENZA UNO A UNO

associare parole-numero a oggetti

separare gli oggetti contati da quelli da contare

2. ORDINE STABILE

utilizzare in modo stabile e corretto la sequenza numerica verbale

3. CARDINALITA'

sapere che il numero di elementi di un insieme corrisponde all'ultimo numero utilizzato per contarli

4. ASTRAZIONE

è possibile contare qualsiasi insieme composto da elementi discreti

5. IRRILEVANZA DELL'ORDINE

l'ordine con cui si contano gli elementi dell'insieme non influenza il risultato

Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

- Conteggio totale (*counting all*)

$$2 + 5 = 7$$

1, 2; 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

- Conteggio dal primo addendo (*counting on from first*)

$$2 + 5 = 7$$

(2) 3, 4, 5, 6, 7

- Conteggio dal numero maggiore (*counting on from larger*)

$$2 + 5 = 7$$

(5) 6, 7

(Groen, Parkman; 1972)

Il codice verbale: lessico numerico e conteggio

- *A 5 anni i bambini non padroneggiano ancora il principio di irrilevanza dell'ordine*: ritengono che adiacenza e direzionalità del conteggio siano elementi essenziali.
- Anche in classe prima i bambini ritengono che l'adiacenza sia una condizione necessaria per contare (Geary, 2004).
- *I bambini con difficoltà di calcolo non riescono a modificare le proprie strategie di conteggio, non passano dal conteggio totale al conteggio a partire da un numero.*

E. Mariani (2012)

Il codice verbale: calcolo a mente

- Se per la matematica è indifferente come sei mele siano disposte sul tavolo per continuare a essere sei, per la nostra mente è diverso.
- Abbiamo bisogno di ordinare i nostri oggetti mentali con un ordine prestabilito e stabile se vogliamo conservarli in mente.
- Il calcolo mentale è il superamento del conteggio

(C. Bortolato, 2005)

Il codice verbale: calcolo a mente

Strategia N10

*Scomposizione del secondo operatore
in decine e unità*

$$65 + 17 = (65 + 10) + 7$$

$$65 + 17 = (65 + 10) + 5 + 2$$

$$65 - 17 = (65 - 10) - 7$$

$$65 - 17 = (65 - 10) - 5 - 2$$

Il codice verbale: calcolo a mente

“Livello di fiducia”

Recupero



Strategia



Algoritmo

(R. S. Sigler, R. Mitchell, 1982)

Il codice verbale: calcolo a mente

Il calcolo scritto è cieco.

Procediamo colonna per colonna fino alla definizione del risultato finale come se si trattasse sempre di unità.

Il calcolo scritto è la rinuncia alla visione strategica delle quantità.

Nel calcolo scritto applichiamo procedure, al contrario nel calcolo mentale ognuno è libero di inventarsi delle strategie.

(C. Bortolato, 2005)

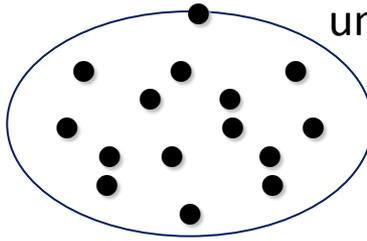
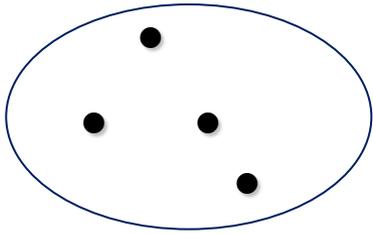
Il codice verbale: calcolo a mente

Il calcolo scritto è un paragrafo del calcolo mentale, e non il contrario.

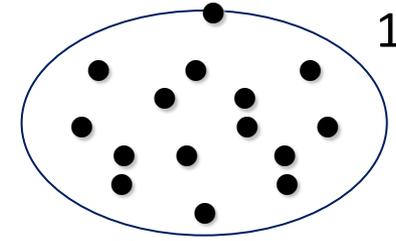
Il calcolo scritto è un ripiego, una protesi costituita da carta e inchiostro per situazioni in cui la mente è in difficoltà per i suoi limiti di rappresentazione.

Il calcolo mentale è il superamento del conteggio

(C. Bortolato, 2005)



una quindicina



15

subitizing

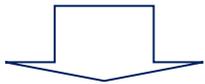
cogliere senza contare e in modo esatto *piccole* numerosità (3-4 elementi)

stima

cogliere senza contare e in modo approssimativo *grandi* numerosità (più di 4 elementi)

conteggio

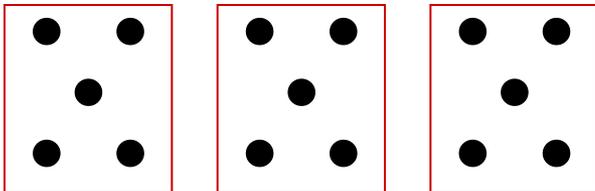
cogliere in modo esatto *piccole* e *grandi* numerosità



strategia

numerosità spazialmente ordinate

cogliere senza contare e in modo esatto *piccole* e *grandi* numerosità



Il codice verbale: recupero dei fatti aritmetici

Calcolo

il risultato dell'operazione richiesta è ottenuto attraverso l'utilizzo di strategie o procedure



Calcolo a mente
Calcolo scritto

Recupero

il risultato dell'operazione richiesta è recuperato direttamente dalla memoria



Fatti aritmetici

Il codice verbale: recupero dei fatti aritmetici

La verifica degli automatismi di calcolo deve avvenire oralmente

La risposta deve essere rapida
(circa 5 secondi)

Se il tempo di risposta è maggiore, allora il risultato è stato ottenuto attraverso l'utilizzo di una procedura o di una strategia di calcolo.

Il codice verbale: recupero dei fatti aritmetici

Ai fatti aritmetici si accede senza eseguire gli algoritmi di soluzione:

- Tabelline
- Calcoli semplici (addizioni e sottrazioni entro la decina)
- Risultati memorizzati

Produzione scritta del numero (codice sintattico)

- I meccanismi sintattici regolano il valore posizionale delle cifre
- Costituiscono la grammatica interna del numero che attiva il corretto ordine di grandezza di ogni cifra

Produzione verbale del numero (codice lessicale)

- Nella codifica verbale di un numero ogni cifra assume un “nome” diverso a seconda della posizione che occupa.
- Nei sistemi di comprensione e/o produzione dei numeri, i meccanismi lessicali hanno il compito di selezionare adeguatamente i nomi delle cifre per riconoscere quello del numero intero.

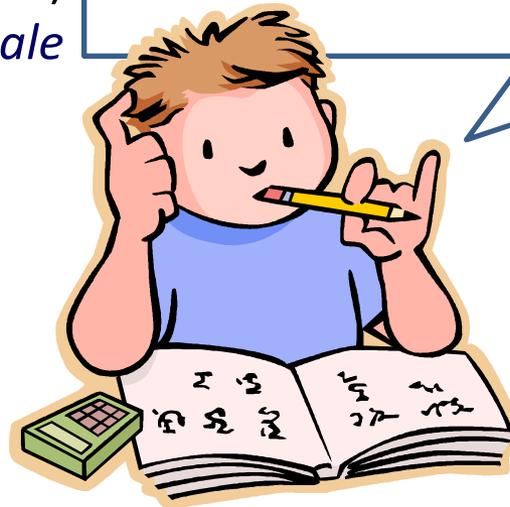
Il codice visivo: sintassi del numero

cinquecentoquattro!

Codice lessicale (produzione verbale)
Il numero ha valore nominale

Codice sintattico (produzione scritta)
Il numero ha valore posizionale

$$(5 \times 10^2) + 4 = 504$$



Il codice visivo: calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 1 \\ 125 + \\ 65 = \\ \hline 190 \end{array}$$

Routine procedurali

- elaborazione delle informazioni aritmetiche
- incolonnamento
- serialità SX ← DX
- riporto
- prestito
-

• Recupero dei fatti aritmetici

$$5 + 5 = 10;$$

$$6 + 2 = 8;$$

$$8 + 1 = 9;$$

• Conteggio

modello *min* (*counting on*)

modello *sum*

conteggio totale

Il codice visivo: calcolo scritto

Calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 425 - \\ 137 = \\ \hline 312 \end{array}$$

“Guarda, qui c’è un errore, è stampato male! Vedi? $5 - 7$ e $2 - 3$ non si può fare, ma io l’ho capito e ci sono riuscito lo stesso”

(Andrea, 5^a primaria)

Il codice visivo: calcolo scritto

$$\begin{array}{r} 1547 \times \\ 19 = \\ \hline 9453663 \\ 1111- \\ \hline 9464773 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1274 \times \\ 15 = \\ \hline 5103520 \\ 1111- \\ \hline 5114630 \end{array}$$

(Mattia, 1^a media)

Didattica e sistema dei numeri

- *Compiti che implicano la codifica semantica del numero*
 - Giudizio di numerosità
 - Seriazioni numeriche
 - Subitizing
 - Stima
- *Compiti che implicano l'uso del codice sintattico del numero*
 - Dettato di numeri
 - Trasformazione in cifre
- *Compiti che implicano l'uso del codice lessicale del numero*
 - Enumerazione
 - Lettura di numeri

Didattica e sistema di calcolo

- *Compiti che implicano l'attivazione di automatismi*
 - Addizioni (e sottrazioni) entro la decina
 - Tabelline
- *Compiti che implicano l'attivazione di strategie*
 - Calcoli mentali
- *Compiti che implicano l'applicazione di procedure*
 - Operazioni scritte

Breve introduzione alla discalculia

(Discalculia semantica)

Debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di cognizione numerica:

- Subitizing
- Meccanismi di quantificazione, seriazione, comparazione
- Strategie di calcolo a mente

(Discalculia in comorbidità)

Compromissioni a livello procedurale e di calcolo:

1. Lettura e scrittura dei numeri
2. Incolonnamento e algoritmi del calcolo scritto
3. Recupero dei fatti aritmetici

(Consensus Conference, 2007)

Breve introduzione alla discalculia

1. Dislessia per le cifre

- Compromissione dei meccanismi lessicali

Produzione di errori lessicali in compiti di lettura di numeri arabici e scrittura sotto dettatura

2. Discalculia procedurale

- Difficoltà nell'acquisizione delle procedure di calcolo senza errori di processazione numerica

Errori di riporto, prestito, incolonnamento

3. Discalculia per i fatti aritmetici

- Difficoltà nell'acquisizione dei fatti aritmetici

Errori nelle tabelline e nei calcoli semplici

C. Temple (1992)

Breve introduzione alla discalculia

Disturbo delle abilità numeriche e aritmetiche

che si manifesta in bambini di intelligenza normale,
che non hanno subito danni neurologici.

Essa può presentarsi associata a dislessia,
ma è possibile che ne sia dissociata

(C. Temple; 1992)

Età della diagnosi:
fine della classe terza della scuola primaria

Breve introduzione alla discalculia

ICD*-10:

- F81 – Disturbi evolutivi delle abilità scolastiche:
 - F81.0 disturbo specifico della lettura
 - F81.1 disturbo specifico della compitazione
 - ***F81.2 disturbo specifico delle abilità aritmetiche***
 -

* International Classification of Diseases

Strumenti di valutazione delle abilità numeriche e di calcolo

- **BIN 4-6** – Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni
Scuola dell'infanzia
 - **ACMT 6-11** – Test di valutazione delle abilità di calcolo
Scuola primaria
 - **ACMT 11-14** – Test di valutazione delle abilità di calcolo e problem solving dagli 11 ai 14 anni
Scuola secondaria di primo grado
 - **MT Avanzate** – Prova di calcolo. Prova di matematica
Scuola secondaria di secondo grado – primo biennio
- **BDE** – Batteria per la discalculia evolutiva. Test per la diagnosi dell'elaborazione numerica e del calcolo in età evolutiva

Breve introduzione alla discalculia

- La discalculia evolutiva è un disturbo duraturo e persistente. La metà delle persone che ha avuto una diagnosi in età scolare mantiene significative difficoltà anche in età adulta.

L. Girelli (2012)

Il numero.

Indicazioni per il curricolo della scuola dell'infanzia

- Traguardi per lo sviluppo della competenza
 - Raggruppa e ordina secondo criteri diversi
 - Confronta e valuta quantità
 - Utilizza semplici simboli per registrare

(Indicazioni per il curricolo – Scuola dell'infanzia. Traguardi per lo sviluppo delle competenze, 2007)

Il numero e il calcolo.

Indicazioni per il curricolo della scuola primaria

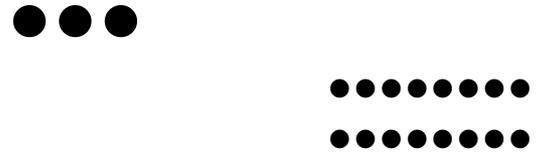
- Traguardi per lo sviluppo delle competenze
 - L'alunno:
 - Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica
grazie anche a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà
 - Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale

Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione (2007)

Dalle competenze numeriche preverbalali all'apprendimento dell'aritmetica

CORE SYSTEM
SISTEMA ANALOGICO

Subitizing
Stima



LINGUAGGIO
SISTEMA VERBALE

Conteggio

*Uno, due, tre, ...,
dodici, ...*

SCUOLA
SISTEMA ARABICO

Abilità aritmetiche

2, 19, 78, 102, ...
(+ - x :)

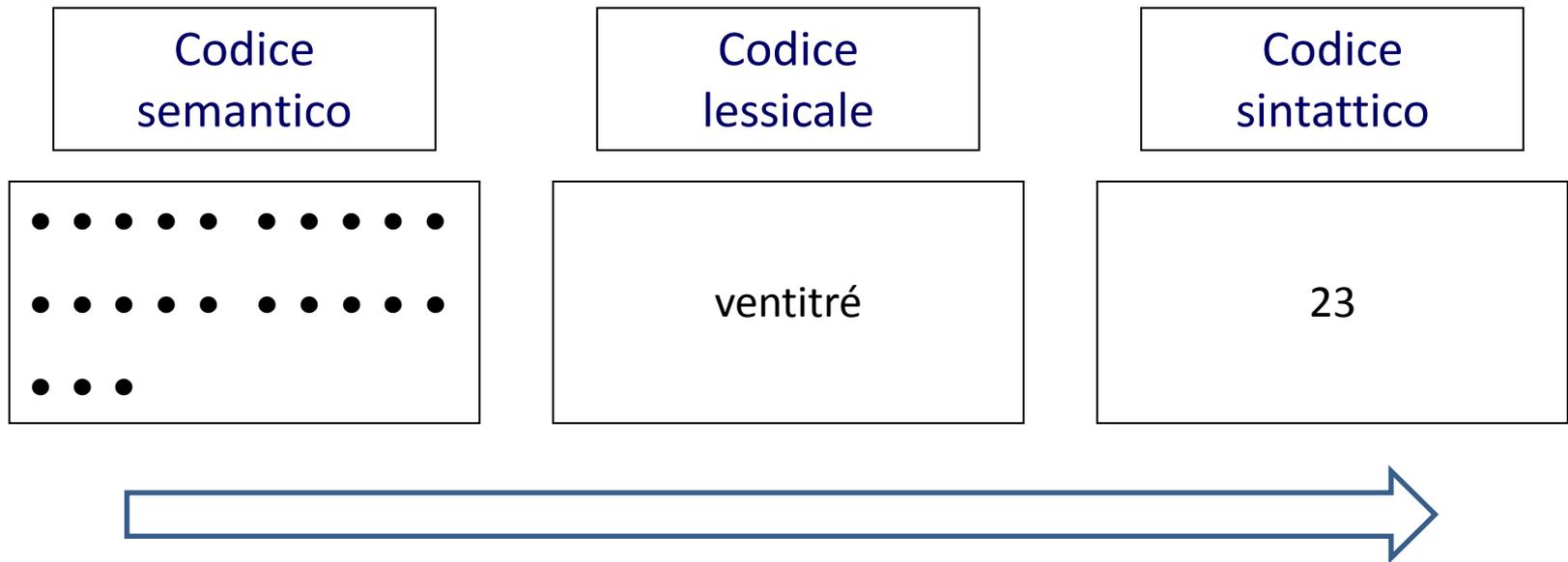
Didattica del calcolo: livelli di intervento

- Intervento di potenziamento
 - Scelte metodologiche (*es.: didattica analogica*)
- Intervento di abilitazione
 - Percorsi operativi (*es.: intelligenza numerica*)

DIAGNOSI

- Intervento compensativo-dispensativo
 - Strumenti di lavoro (*es.: tabella pitagorica*)

La didattica analogica



La preoccupazione per il valore posizionale delle cifre cede il posto alla considerazione del valore posizionale che ciascuna pallina occupa nello spazio della memoria

(C. Bortolato, 2002)

La didattica analogica

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○



Un piccolo scarto di simmetria.

In questo piccolo scarto di regolarità tra il cinque e il sei sta tutta la differenza tra una didattica capace di sviluppare il calcolo mentale e una didattica sempre condannata alla fase della conta.

(C. Bortolato, 2005)

L'intelligenza numerica

- Il programma *carta e matita* “L'intelligenza numerica” è rivolto a bambini dai 3 agli 11 anni di età.
Può essere utilizzato anche per ragazzi della scuola media che presentano difficoltà nelle abilità di calcolo.
- Comprende esercizi relativi al sistema dei numeri e al sistema del calcolo.

(Lucangeli, Molin, Poli, De Candia; 2003)

L'intelligenza numerica

- Il calcolo scritto è l'area del programma meno nutrita in quanto *si ritiene che, nei primi anni di scuola, sia opportuno assecondare e sviluppare soprattutto il calcolo mentale che ha il vantaggio di rendere flessibili* e di aiutare nella costruzione dei fatti aritmetici, nel loro rapido recupero.
- Il calcolo mentale realizza i risultati parziali implicati nel calcolo scritto.

(Lucangeli, Poli, Molin, De Candia; 2003)

L'intelligenza numerica

- Nel Progetto “L’Intelligenza Numerica”, le aree di lavoro su calcolo a mente (*strategie*) e calcolo scritto (*procedure*) sono così distribuite:
 - Secondo volume (6-8 anni):
 - Calcolo a mente: 83%
 - Calcolo scritto: 17%
 - Terzo volume (8-11 anni):
 - Calcolo a mente: 49%
 - Calcolo scritto: 51%
-
- CALCOLO A MENTE: 63%
 - CALCOLO SCRITTO: 37%

(Lucangeli, Poli, Molin, De Candia; 2003)

La tavola pitagorica

$n \times 1$
 $n \times 10$

Tabellina del 2
Tabellina del 5

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6			15					30
4	4	8			20					40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12			30					60
7	7	14			35					70
8	8	16			40					80
9	9	18			45					90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

La tavola pitagorica

Con l'utilizzo di
due regole
e l'apprendimento di
due tabelline
si controlla il
64% dei nodi
della tavola pitagorica

Con la memorizzazione
di
15 "incroci"
si controllano
28 nodi

La tavola pitagorica come strumento compensativo

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4			10					20
3	3		9							30
4	4									40
5	5	10		20	25					50
6	6					36		48		60
7	7									70
8	8					48				80
9	9									90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tavola dei nodi conosciuti

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2			6	8		12	14	16	18	
3		6		12	15	18	21	24	27	
4		8	12	16	20	24	28	32	36	
5			15			39	35	40	45	
6		12	18	24	30		42		54	
7		14	21	28	35	42	49	56	63	
8		16	24	32	40		56	64	72	
9		18	27	36	45	54	63	72	81	
10										

Tavola di compensazione